

# 「フラクチャー」と「フラクタル」の関係? — 1次元競争成長モデル数値シミュレーションによる検討

茂野 博<sup>1)</sup>・佐々木 宗建<sup>1)</sup>

## 1. はじめに

岩石には、多様なフラクチャー(fracture; 断裂, 割れ目などとも呼ばれ, 広義には変位量・規模が大きな断層を含む)が空間3次的に分布する(第1図参照)。これにより, 岩石の強度が低下するとともに, 透水性が非常に大きくなる。したがって, フラクチャーの特性・分布を定性的~定量的に把握・モデル化することは, 土木地質, 水文地質などの分野では非常に重要である。

1980年代以降, フラクタル理論(fractal theory; 例えば, Mandelbrot, 1983; 高安編, 1987)が様々な分野に適用され, 数理モデル化, 数値シミュレーション, 推定・予測などが進展している。地球科学分野でも, 大規模な地震-断層系の分布・生成機構に関して, フラクタル性を軸に多様な研究が進められている(例えば, 宇津, 1999; 大中・松浦, 2002)。より小規模なフラクチャー系についても, フラクタル性に関する研究が幅広く行われてきた(例えば, Bonnet *et al.*, 2001)。

野外測定データなどに基づいて, 断層・フラクチャーの空間分布密度, 規模(長さ・幅など)の頻度分布, 表面形状の凸凹分布などはフラクタルと見なせるという多数の報告があり(例えば, Trucotte, 1997), その結果「断層・フラクチャーの分布は(すべて~大部分)フラクタル」という思い込みが一部に見受けられる。しかし, 見なせないという場合は少なくない(例えば, Scholz, 2002, p.129-133)。また, フラクタル性を示す場合についても, そのフラクタル次元(後述), 該当するフラクチャーの規模の範囲・分布密度などは多様であり, その原因が問題となる(例えば, Bonnet *et al.*, 2001)。

今回独自に, 特にフラクチャー規模の頻度分布の

フラクタル性について, 非常に簡易的ではあるが本質的な意味を含むと思われる1次元の確率的な「競争成長モデル」に基づいて, 一連の数値シミュレーションにより検討したのでその結果を紹介する。今回のモデルは, 応力-歪み-破壊場の関係, フラクチャー間・フラクチャーとその周辺間の相互作用などについて直接的には取り扱わない。したがって, 本説の内容・結果が広範囲には適用できない可能性があるが,



第1図 野外で観察されるフラクチャー系の例。高知県, 四万十帯の沖ノ島花崗岩類に発達する引張り節理系(N60°EとN30°Wの2走向の垂直なものが卓越)で, 水平範囲は上図が約100m, 下図が約10mである(茂野(1980)の写真をグラフィックスソフトで編集)。節理系では, 垂直的な柱長, 水平的な多角形辺長(~柱面間隔)が各々一定性を示し, フラクタル的ではない場合が多い(7. おわりにを参照)。

1) 地圏資源環境研究部門(地質調査総合センター)

キーワード: フラクチャー, 断裂, 岩石破壊, フラクタル, 数理モデル, 成長モデル, 数値シミュレーション, 地熱, 亀裂, 節理

フラクチャー分布の多様性についての基礎的理解などに寄与することができれば幸いである。

本説は、地熱資源の研究の一環として、フラクチャー分布が地熱流体の流動・貯留を規制する場合は多い基盤岩類(～結晶質岩類)中の熱水系についての検討から派生したもので、茂野・佐々木(2005)に修正を加えて報文とした。なお、本説で取り上げたパーソナルコンピュータ用の市販ソフトウェアなどについては、筆者らは必ずしもその使用を推奨するものではないことをお断りする。

## 2. フラクチャーについて

岩石中には、過去-現在の応力場、岩石の物性などに応じて多様なフラクチャーが存在しており、その概要や生成機構については構造地質学、岩石力学(～破壊力学)などの教科書に整理されている(例えば、Scholz, 1990, 2002)。以下に、「新版 地学事典」(地学団体研究会編, 1996, p.796, p.1013, p.1441)から関係語を引用することにより、フラクチャーの概要を紹介する。

(1) 断裂(fracture, rupture): 岩石・岩盤・岩体の破壊(少なくとも一時的に粘着力を失うこと)を表す割れ目(力学的不連続面)の総称であり、断層、節理、裂罅などに分けられる。断層は面に沿った両側の相対変位が明瞭なもの、節理は面に沿った変位が見られないかあってもごくわずかなもの、そして裂罅は面に直交する方向に変位が見られるもの、すなわち開口したり充填物を含むものをいう。...

(2) 破壊(fracture, failure, rupture): 物体が応力のもとで分離する現象。破壊に至るまでの変位量が小さく、弾性比例限界内で生ずる破壊を脆性破壊といい、弾性変形に引き続く塑性変形によって大きな量の変形を受けた後に生ずるものを延性破壊という。また、剪断応力によるものを剪断破壊、引張応力によるものを破断と呼ぶ。破壊の様式は、同一物体についても応力状態・温度・変形速度などの条件によって異なる。

(3) 割れ目(fracture): 断裂・裂罅など岩石の破壊を表す不連続面の総称。この生成の原因には、火成作用、変成作用、堆積作用、岩石ができた後に働くテクトニックな力や重力、その他に風化

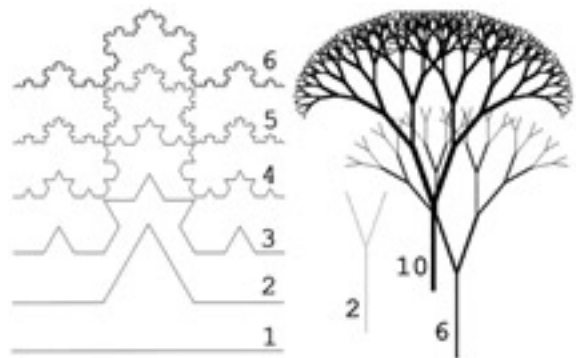
も重要。構造地質学では断裂を主に用いるが、地質学の他の分野では割れ目がよく使われる。亀裂(crack)は土木工学分野で小さい割れ目の意味に使われることが多い。...

## 3. フラクタルについて

自然の中には、全体と部分とが似ている(階層的に類似性を示す)ものが多い。例えば、桜などの樹木は形態的に大枝-中枝, 中枝-小枝の相互関係が似ており、成長的に見れば小木の全体と大木の小枝が似ている。川の流路網、肺の構造なども同様である(第2図参照)。

「フラクタル」は、これらを統合化した数理的な概念である(例えば、Mandelbrot, 1983)。しかし、基礎的～応用的な幅広い分野で多面的に研究～適用されているため、その内容は複雑で理解は必ずしも容易ではない(例えば、高安, 1986; 高安編, 1987; 松下, 2002)。ここでは、地学団体研究会編(1996, p.1146)の説明(やや変則的であるが、本説との関連がよい)を以下で紹介する。

「フラクタル(fractal): 自己相似性(観測の尺度を変えても見え方が変わらないような構造)を有するもの。例えば長さが  $r$  よりも大きい岩盤中の割れ目の個数を  $N(r)$  とした場合、そのサイズ分布に自己相



第2図 典型的なフラクタルの例。河西(1999)のプログラムを利用して作図したもので、数字は最初の直線の状態を1として、再帰処理の回数を示す。フラクタル次元値( $D = -\log N(r) / \log r$ )は、左側のコッホ曲線系(処理毎に各直線から長さ1/3の直線が4本生成する)では、 $-\log 4 / \log (1/3) = 1.262$ 、右側の樹木の例(親枝と子枝の長さの比が0.7とした場合)では、 $-\log 2 / \log (0.7) = 1.943$ となる。

似性があるなら  $N(r) \sim r^{-D}$  のべき乗則が成立する。このとき  $D$  は一般に非整数になり、フラクタル次元と呼ばれる。自己相似性は海岸線の形や相転移のクラスター構造にも見いだされ、定量的な形態の複雑さの指標としてフラクタル次元が用いられる。・・・」

上述の式は、対数化して  $\log N(r) = -D \log r + \log C$  のように表現され、両対数の表示図 ( $\log r - \log N(r)$ ) によってフラクタル性やフラクタル次元が視覚的に把握される場合が多い。基本的にフラクタル次元 ( $D$ ) が 1 に近い場合は線の構造、2 に近い場合は面的構造に対応する。

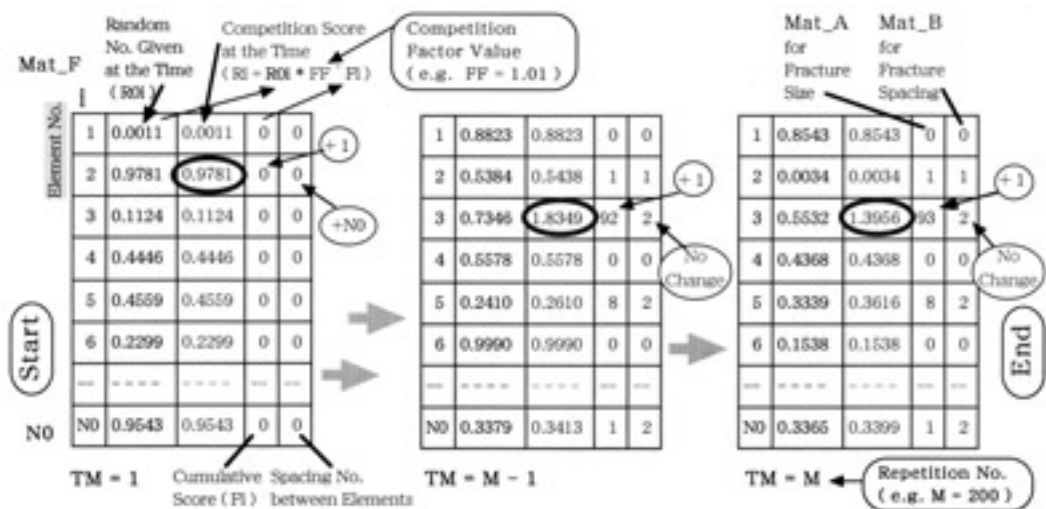
フラクタル次元の定義・算出には、様々な方法がある(例えば、松下, 2002)。具体的には、(1) 数学的な図形の場合などには、作図の規則に沿った理論的な値の関係が用いられる(第2図参照)。これに対して、(2) 現実の複雑な線の測定の場合(例えば、地図上の海岸線の長さ)などには、ボックスカウント法と呼ばれる階層的な(セル・網目の大きさを変えた)メッシュを用いて、セルの大きさと対象の線を含むセルの数との関係が用いられる場合が多い(例えば、斉藤ほか, 1997)。さらに、(3) 空間的に離れた事象について規模の頻度分布を対象とする場合などでは、より拡張的な意味で「フラクタル次元」が算出される。これには、

震源規模(マグニチュード)の頻度分布(ゲーテンベルク-リヒター式としてそのフラクタル性が顕著)や、前述したフラクチャー規模の頻度分布などが含まれる。これらの他に様々なものがあり、フラクタル次元の体系は複雑で誤解を生じ易いため、各種報告値の相互比較などには注意を要する。

#### 4. モデルと数値シミュレーションの方法

今回のモデルと数値シミュレーションでは、基本的に伸張性(～弱圧縮性)の応力場で脆性破壊によって生成する、面に沿った変位量が小さな比較的小規模なフラクチャーを主要対象としており、以下これを狭義にフラクチャーと呼ぶ。より地下深部の強圧縮性の広域応力場において、主に剪断破壊-摩擦滑り破壊によって生成する断層(例えば、大中・松浦, 2002)、特に逆断層・衝上断層については、基本的に本説の対象外である。

フラクチャーの生成過程では、新たなフラクチャーの発生に比較して既存フラクチャーの端部の成長が生じ易く、しかも大きなものほど成長し易いという傾向が認められる(本説末尾の付録を参照)。理科実験でよく知られているように、ガラスの細棒を2分割する



第3図 フラクチャーの1次元確率「競争成長モデル」と数値シミュレーションの方法、時間が左から右へ経過し、各時点で配列Mat\_Fの各点(i)に乱数(Ro<sub>i</sub>)が与えられ、競争関数によって計算されたR<sub>i</sub>が最高値(太い楕円)の点に、得点(フラクチャーの発生・成長)を生じる。重要な2つのパラメータ、FF(岩石の「脆性破壊強度」に関連)とM(時間の経過に相当)とに規制されて、累計得点(フラクチャーの規模に対応)の配列Mat\_Aは大きく変化する。本文参照。

場合には、希望の点にヤスリで傷線を付けて(そこを水で僅かに濡らし外側に向け)棒の両側を引っ張るように曲げると、その線で容易にきれいに切断することができる。欠陥のないガラス棒を折ると、より大きな力を必要とするとともに不特定の箇所で複雑な破壊が生じる(注記: 鋭い破片が飛び散って危険であるため、実験はお勧めできない)。これは、上記に関連している。

今回この現象を参考に、環境を非常に単純化した1次元の確率的なフラクチャーの生成モデルを作成した。ここでは、これを「フラクチャーの競争成長モデル」と呼ぶ。これは、線上に粒子が凝集・付着してクラスターが成長する数理モデル-数値シミュレーション法(例えば、松下, 2002, p.100-106, パリスティック凝集モデル)を拡張したものになっており、1次元セルラーオートマタの一種(現状ではセル間の相互作用はない)とも見ることができる。

今回の数理モデルの概要は以下の通りである(第3図参照)。なお、以下の数式表現では、便宜的にプログラムのソースコードに使用される記法を用いて累乗を $\wedge$ 、積を $*$ で表現している。

1次元連続均質空間を代表する等間隔の点の配列 Mat\_F (配列要素数,  $N_0$ )を取り、毎回各点 ( $i$ ) に乱数 ( $R_{0i}$ : 0.0~1.0) を与えて最高値となる1点に得点 (1, フラクチャーの発生・成長に対応) を与え、これを繰り返す(繰り返し数,  $M$ )。得点を持つ点では、累計得点 ( $F_i$ ) の関数(「競争関数」)によって乱数値が変化する ( $R_{0i} \rightarrow R_i$ ) とする。今回は、 $F_i$  の増加とともに単純・急激に  $R_i$  が増大する場合を考え、競争関数を  $R_i = R_{0i} * FF^{F_i}$  (ただし、 $FF$  は「競争定数」で $\sim 1.0$ ) と設定した(本説末尾の付録を参照)。特定の  $M$  時点での状態について、各点の累計得点の配列 Mat\_A、有得点点から次の有得点点までの隔たりの配列 Mat\_B (無得点点では 0) として整理する。

上記のモデル実験は、系全体の破壊速度を一定に設定し、均質岩石中の環境を非常に単純に確率化して(応力-歪み-変形-破壊の空間的相互作用を直接的には処理しない)、新規フラクチャーの発生と既存フラクチャーの拡大との競争が引き起こす現象を、以下の2つをパラメータとして観察することに相当する。すなわち、 $M$  (時間の経過, エネルギー累積流入量などに相当) と  $FF$  (岩石の「脆性破壊強度」) に関連; 一つの解釈として、値が大きいほどランダムな初

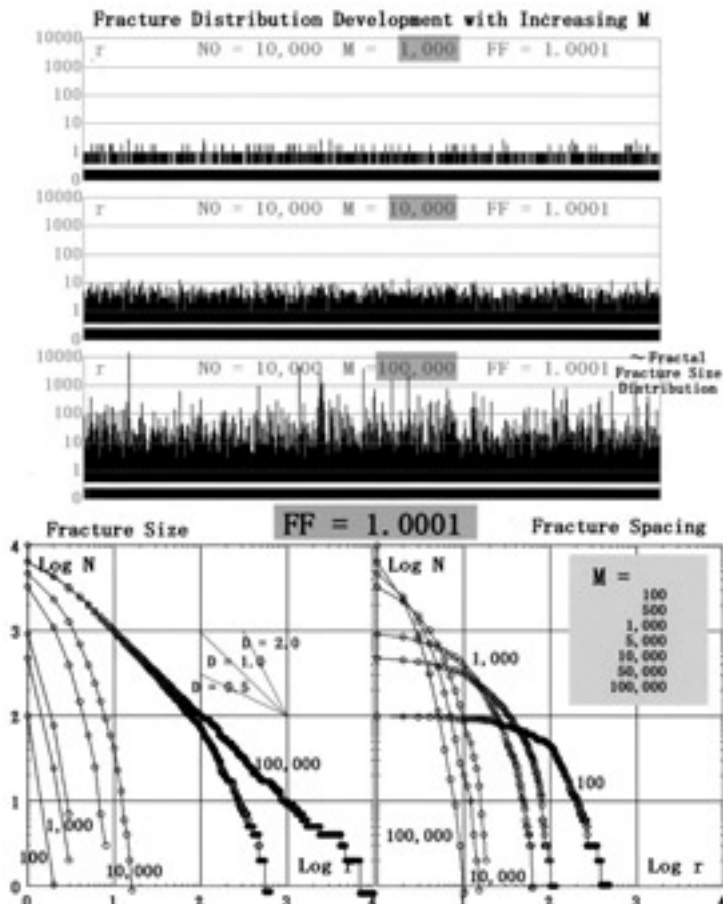
期欠陥-微小亀裂の分布密度が低く、フラクチャーの発生箇所が限定化される) である。配列 Mat\_A と Mat\_B とは、岩石試料(露頭, コア, 試験片など) についてフラクチャーの規模(長さ, 面積, 幅など) とフラクチャー面に直交する方向の間隔(スペーシング) とを計測・整理したデータに対応すると考える。

上記のモデルに基づく体系的な数値シミュレーション用のプログラムを、Compaq社のVisual Fortran v.6で作成した。また、その結果の表示プログラム(フラクチャーの空間分布図,  $\log r - \log N(r)$  関係図) をMicrosoft社のVisual Basic v.6で作成した。これらとは別に、パラメータ指定-数値シミュレーション-フラクチャー空間分布図表示のための小規模な対話型のプログラムを、Visual Basic v.6により作成した。これらは、Microsoft社のWindows (98/Meなど) を基本ソフトとしたパーソナルコンピュータ上で稼働するものである。

なお参考として述べれば、例述したガラス細棒の切断でヤスリで傷線を付ける場合は、初期条件として特定の点に高い  $F_i$  値を予め与えることによって、擬態化することが可能であろう。また、不均質な物質を対象とする場合にも、初期条件として平均値・分散を調整した  $F_i$  値を分布させることによって、擬態化することが可能であろう。このような場合の数値シミュレーションも、上記のプログラム(初期値データ配列) を一部修正することによって容易に実施可能である。

## 5. 数値シミュレーションの結果

まず最初に、今回の数値シミュレーション実験の結果の代表例として、パラメータ値を大きく変えた2例について、経時変化 ( $M$  値を漸次増加させたもの) をまとめて示す。第4図は  $FF$  が 1.0001 と小さい場合の変化 ( $M$  の最大値は 100,000) で、第5図は  $FF$  が 1.01 と大きい場合の変化 ( $M$  の最大値は 10,000) である(ともに  $N_0 = 10,000$  で一定)。両図では、上側にフラクチャーの空間分布(縦軸の  $r$  はフラクチャーの規模で、対数目盛)を示し、下左側はフラクチャー規模の  $\log r - \log N(r)$  表示で、下右側にフラクチャー間隔を同様に表示した。第4図では長期間に渡って小規模なフラクチャーが多数生成するのに対して、第5図では短期間に単一の大規模なフラクチャーが発達して行く急激な変化が認められる。



第4図

フラクチャーの競争成長シミュレーションの結果例(1)：競争関数は  $R_i = R_{0i} * FF \wedge F_i$  で、パラメータは  $N_0 = 10,000$ ,  $M = 100,000$  (最大値),  $FF = 1.0001$  である。上図はフラクチャーの空間分布 (フラクチャー規模  $r$  は対数目盛), 下左図はフラクチャー規模の  $\log r - \log N(r)$  (大きな方から累計) 表示, 下右図はフラクチャー間隔の同表示である。Mの増加によってフラクチャー分布密度は上昇し, フラクチャー規模の頻度分布のフラクタル化 (下左図の  $M = 100,000$  における点分布の直線化) は遅い (第5図と比較参照)。

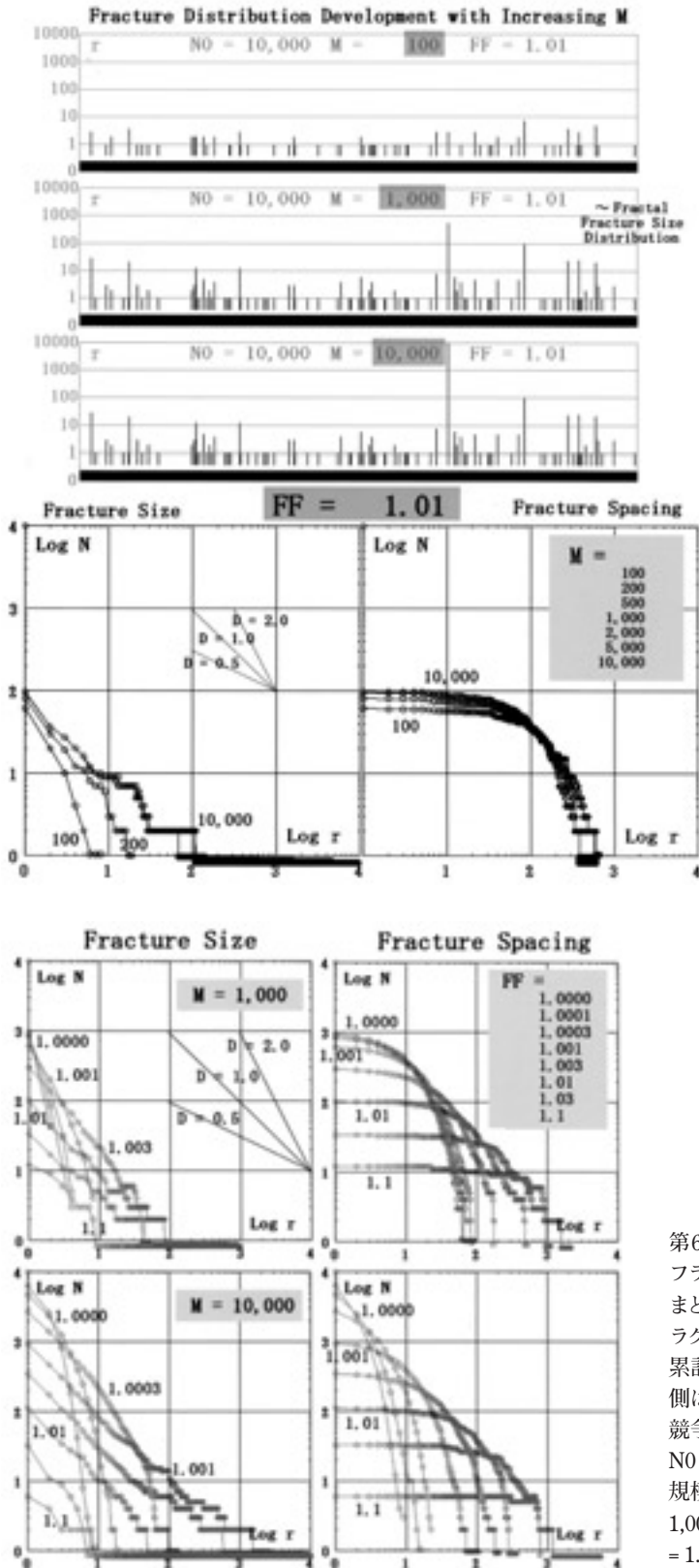
次に第6図の4小図に、FF値を系統的に変化させた数値シミュレーション結果 ( $FF = 1.0000, 1.0001, 1.0005, 1.001, 1.005, 1.01, 1.05, 1.1$  の8つの場合) の例を、一定時点で整理して比較した (すべて  $N_0 = 10,000$  で一定)。左側にはフラクチャー規模について、右側にはフラクチャー間隔について、それぞれ  $\log r - \log N(r)$  で表示した。上側は  $M = 1,000$ 、下側は  $M = 10,000$  の時点である。

さらに第7図では、第4図・第5図・第6図の結果を整理し、 $M \cdot FF$  の2パラメータ値を横軸・縦軸として、フラクチャー規模の分布を以下のように類型化分類して表示した。ここでは、小規模なフラクチャーがランダムに分布する場合を、「ポアソン分布型」と呼ぶ (第4図上側の上段・中段, 第5図上側の上段が該当)。これに対して、フラクチャー規模の分布に自己相似性が顕著な場合を、「フラクタル分布型」と呼ぶ (第4図上側の下段, 第5図上側の中段が該当)。さらに、

1本のフラクチャーが卓越する場合を、「単一大規模分布型」と呼ぶ (第5図上側の下段が該当)。

今回の数理モデル-数値シミュレーションに基づく以上の結果は、以下のように整理される (第6図・第7図を参照)。

- (1) フラクチャー規模の分布は、ある程度広いM値とFF値の組み合わせの範囲で「フラクタル性」を持つ。そのフラクタル次元 (D) は、フラクチャー形状を1次元的 (線状~面の幅が狭い面状) に考えれば~1.0であるが、2次元的 (面状, 特に同心円状) に考える場合には~2.0となる。
- (2) フラクチャーの規模は、時間とともに「ポアソン分布型」→「フラクタル分布型」→「単一大規模分布型」へと変化する。一連の変化により、「フラクタル次元 (D) 値」は低下する (3型とともに、 $\log r - \log N(r)$  図で直線状に分布すると見なして)。なお、「単一大規模分布型」では、少数の大

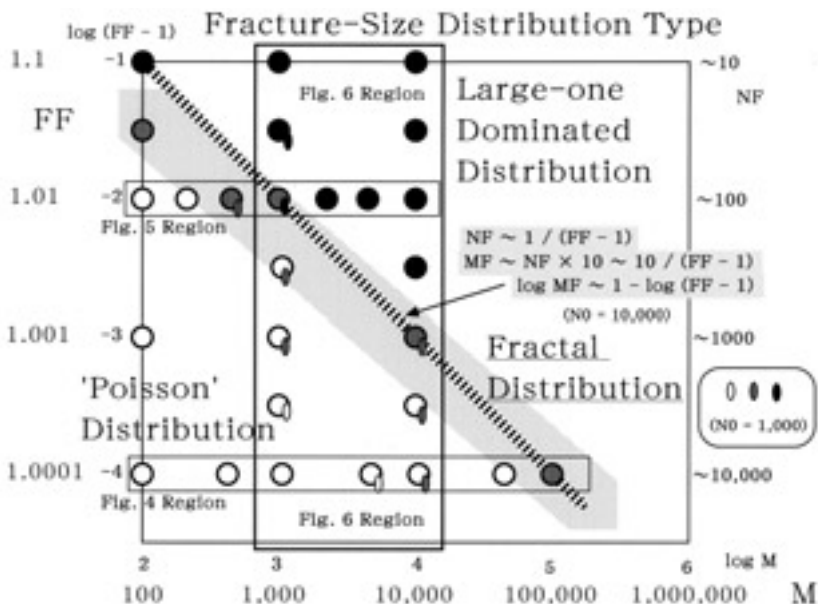


第5図

フラクチャーの競争成長シミュレーションの結果例(2): 競争関数は  $R_i = R_{0i} * FF^i$  で、パラメータは  $N_0 = 10,000$ ,  $M = 10,000$  (最大値),  $FF = 1.01$  である. 上図はフラクチャーの空間分布(フラクチャー規模  $r$  は対数目盛), 下左図はフラクチャー規模の  $\log r - \log N(r)$  (大きな方から累計) 表示, 下右図はフラクチャー間隔の同表示である.  $M$  の増加によってもフラクチャー分布密度は上昇せず, フラクチャー規模の頻度分布のフラクタル化(下左図の  $M = 1,000$  における点分布の直線化)は速くまた短期間である(第4図と比較参照).

第6図

フラクチャーの競争成長シミュレーション結果のまとめ(1): 左側はフラクチャー規模, 右側はフラクチャー間隔を  $\log r - \log N(r)$  (大きな方から累計) で表示し(第4図・第5図と比較参照), 上側は  $M = 1,000$ , 下側は  $M = 10,000$  を表示した. 競争関数は  $R_i = R_{0i} * FF^i$  で, パラメータは  $N_0 = 10,000$ ,  $FF = 1.0 \sim 1.1$  である. フラクチャー規模の頻度分布のフラクタル化は, 概略的に  $M = 1,000$  では  $FF = 1.01$  の場合,  $M = 10,000$  では  $FF = 1.001$  の場合に認められる(第7図参照).



第7図 フラクチャーの競争成長シミュレーション結果のまとめ(2)：パラメータ空間 $\log M - \log FF$ 図上に、フラクチャー規模の頻度分布の類型化分類である「ポアソン分布型」(白丸), 「フラクタル分布型」(灰色丸), 「単一大規模分布型」(黒丸)の概略の領域を整理した(第4図・第5図・第6図を参照)。競争関数は $R_i = R_{0i} \cdot FF^{\wedge} F_i$ で、 $N_0 = 10,000$ のほか  $N_0 = 1,000$  の場合を一部含めた。

規模なフラクチャーを除外(無視・例外視)すれば、「フラクタル分布型」として認識(誤認)されることに注意が必要である。

- (3) 同一時刻(同一M値)で見れば、FF値が大きいほどフラクチャー数が少なく、「フラクタル次元(D)値」は低い傾向にある。したがって、FF値が異なる場合を比較すれば、フラクチャー分布密度と「フラクタル次元(D)値」とには、正の相関が認められる傾向が指摘される。
- (4) フラクタル分布で一定化するフラクチャー数(NF)には規則性があり、概略 $NF = 1 / (FF - 1)$ である。また一定化に要する期間(MF)は、概略 $MF = NF \times 10$ の関係にある(以上、今回の $N_0 = 10,000$ の場合)。ただし第7図で明らかのように、 $N_0$ 値が異なる場合や極端なFF値の場合には、この関係式は修正を要する。なお、 $FF = 1$ では正規分布となる。
- (5) フラクチャーの間隔は、フラクチャー数が非常に少ない場合は対数正規分布的、より多い場合は負の指数分布的で、FF値が大きい(NFが小さい)ほど平均値・分散が大きくなり、また分布の一

定化に要する時間は短い(上記(4)を参照)。

## 6. 考察

ここでは、本説のモデルと数値シミュレーション結果について、まず従来の室内岩石破壊実験の結果との比較を行う。続いて地圏資源環境分野における応用の可能性を考察する。

近年、様々な目的で岩石試料の室内破壊実験が実施され、アコースティック・エミッション(微小破壊による弾性波放出, AE)などの観測により、微小破壊の発生位置・規模の経時変化などが多数報告されている。またこれらのデータについて、2次元格子を用いた変位-応力-破壊モデルなどにより、破壊経過の数値シミュレーションが実施されている。これらの結果は、伸張-圧縮応力場条件などによってかなり大きく異なるが、概略的に(1)初期段階における全域分散的な微小破壊の発生、(2)中期段階として漸移的变化(条件によっては微小破壊の減少)、(3)末期段階における微小破壊の領域集中化・多発化、(4)最終段階における大きな可視的破壊という順序で進行する場

合が多い。破壊(AE・亀裂)の規模の分布などにはフラクタル性が認められ(経時的なフラクタル次元の低下傾向あり)、試料の物性による破壊様式・経過の多様性なども報告されている(例えば、樋村ほか, 1994; 佐藤ほか, 1996)。

本説では、伸張性(～弱圧縮性)応力下の均質場における小変位・小規模フラクチャー系の生成について、簡易的な1次元の確率的な「競争成長モデル」に基づき一連の数値シミュレーションを行った。その結果、フラクチャーの規模は「ポアソン分布型」→「フラクタル分布型」→「単一大規模分布型」へと体系的に変化することなどを明らかにした。上述した室内破壊実験結果と今回の数値シミュレーション結果とは基本的に調和的であり、今回のモデル-数値シミュレーション手法の有効性を支持している。2つのパラメータ(M, FF)値や「競争関数型」を調整し、さらにモデルを多様化・高度化し逆解析法を適用することなどにより、今回のモデル-数値シミュレーション手法は多様なフラクチャーの生成-分布の解析について様々な可能性を持つと思われる。

前述したように、フラクチャーの発達によって岩石の強度が低下するとともに透水性が非常に大きくなるため、その特性・分布を定量的に把握・モデル化することは土木地質、水文地質などの分野では非常に重要である。地下の流体流動・貯留が関係する石油・天然ガス資源、地熱(自然熱水系、高温岩体人工熱水系)資源、将来的なCO<sub>2</sub>地下貯留などの地圏資源環境分野では、自然のフラクチャーの分布・特性の把握に加えて、人工的なフラクチャーの分布・特性の制御が近年大きな課題になっている(例えば、中塚編, 1997)。鉱物資源の分野でも、鉱脈型鉱床(フラクチャーを通じてマグマ、熱水などが流動し、鉱物が沈殿・充填する形式の鉱床で、流体起源・温度などにより様々な有価鉱物が濃集)の探査・開発などには、フラクチャーの分布・特性の理解が不可欠である。

今回のモデル-数値シミュレーション手法は、上記の分野におけるフラクチャー分布の理解や制御への応用が期待される。例えば、佐々木(2004)は鹿児島県の菱刈金鉱床周辺の調査井コア(最大長～700m)について、ほぼ定方向に配列する鉱物脈の厚さと間隔を多数測定して今回の結果に類似性の高い結果を報告している。すなわち、鉱物脈の厚さ(1mm～5m)は概略D=1のフラクタル分布を示し(「フラクタル分布

型」の時階に該当)、第四紀の火山岩類中の鉱物脈に比較して、先新第三紀の四万十層群中の鉱物脈は高密度に分布している(低いFF値の場合に該当)。しかし、本説のモデル-数値シミュレーション手法はその簡易性ゆえに、注意深い配慮をもって現実の複雑な問題へ適用する必要がある。今後、フラクチャー間およびフラクチャーとその周辺間の相互作用の取り扱い方法、逆解析手法などの検討により、今回のモデル-数値シミュレーション手法の発展的応用を進めて行きたい。

## 7. おわりに

フラクチャーとフラクタルの語源は、各々ラテン語のfractura, fractusといわれており、fract-は破壊・分割を意味する。フラクチャーに係わる断層(fault)、亀裂(crack)などの構造地質学的な用語には、そのようなニュアンスが強い。しかし、節理(joint)は、規則性(英語では連結性)を意味しており興味深い。これは古くから、「節理系はフラクタル性を示さない場合が多い」と認識されてきたことを意味するのであろう。すなわち、節理は系として均一規模(柱長・多角形辺長)化、あるいは特定方向に配列化(第1図参照)する 경우가多い。玄武岩に発達する柱状節理系(地表近傍の静的環境でマグマの冷却収縮-引張応力場によって生成)の「規則性」の美しさは、世界の各地で知られている。

節理系が示す規則性については、初期条件の設定やフラクチャーとその周辺との相互作用の処理などによって、本説の数値モデル-数値シミュレーション手法でも取り扱いが可能と思われるが、今後の検討課題としたい。なお本説では、「競争定数(FF)」の物理的な意味については、「岩石の脆性破壊強度に関連(一つの解釈として、値が大きいほどランダムな初期欠陥-微小亀裂の分布密度が低く、フラクチャーの発生箇所が限定化)」として議論を留めた。また、配列要素数については基本的にN0=10,000に固定し、パラメータとして十分には検討しなかった。これらについても今後の検討課題としたい。

さて、はじめに述べたように、地震、断層、フラクチャーなどのフラクタル性に関して、様々な研究が急速に進められてきたが、幅広い時空間場(階層性と相互作用を持つ)についての統合的な理解は非常に難



しい(例えば, 宇津, 1999). 今回検討した文献の数は多いが, 本説では対象・手法をかなり狭く絞って取りまとめざるを得なかった. 最後に, 関連事項について以下に整理した.

- (1) 近年, 地震(群)の発生とこれに関わる断層(群)の活動過程について, フラクタル性, 自己組織臨界性などを軸に多様な数理モデルが提出され, 様々な数値シミュレーション結果が報告されている(例えば, 伊東, 1987; Bak, 1996; 宇津, 1999). しかし, 主に深部の強圧縮性の広域応力場において剪断破壊-摩擦滑り破損によって繰り返し活動するこれらの地震・断層(例えば, 大中・松浦, 2002)については, 4.で述べたモデル方法で取り扱うことは問題が多く, 本説では検討対象外とした. なお, 大槻(1998), Goto and Otsuki (2004)などによる多様な断層系の野外測定データの解析結果には, 本説の数値シミュレーション結果との類似性が指摘される(すなわち, 今回のモデル方法のより幅広い適用の可能性が期待される)が, 本説の対象範囲を越えるため省略した.
- (2) 現実の地下のフラクチャーの生成環境は, 分布する岩石の物性, 空間-時間スケール, 応力場(伸張性に限っても), 初期条件, 境界条件などについて多様であり, 空間3次元のフラクチャー分布は非常に特異・複雑な場合がある. また, 観察されるフラクチャー群は, ある期間ある環境下の「一過性」の過程で生成したとは限らず, 異なる時期に異なる環境下で生成した複数の系が混在している場合が少なくないであろう. この場合, 旧期フラクチャーの分布(修復・変質過程などの経過の有無を別にして)が, 新期フラクチャーの生成-分布に複雑な影響を与えた可能性がある. 今回の空間1次元の数理モデルと数値シミュレーション結果は, 基本的に最も単純な「一過性」の小空間-短時間スケールの環境を主対象としたものであるが, 上記のような多様・複雑な環境で生成したフラクチャーの規模の分布などについても, 基礎的~総合的な理解の一手段となるように今後の発展が期待される.
- (3) 自然にはフラクタル性を示すものが多いが, それらがフラクタル性を持つ原因については様々な場合があり, 必ずしも体系的には明らかにさ

れていない. 今回の数理モデル-数値シミュレーションでは, 定常的なエネルギー供給下で多数が競争的に無制限空間に成長する(直接的な相互作用なしで大きなものほど成長が速い)ような場合に, 条件に応じて特定の時期にフラクタル性が顕著に現れることを示した. フラクチャーの場合に限らず, 一般的に他の類似の環境でも同様の現象が生じることが期待される. 茂野(1995), Shigeno (1998)は, 定常的な物質供給下における温泉沈殿物の形状多様性について数理モデル-数値シミュレーション結果を報告したが, これにも上記との関連に興味を持たれる(茂野, 1995, 図7参照).

#### 文 献

- Bak, P. (1996): *How Nature Works*. Springer, 212p.
- Bonnet, E., Bour, O., Odling, N. E., Davy, P., Main, I., Cowie, P. and Berkowitz, B. (2001): Scaling of fracture systems in geological media. *Reviews of Geophysics*, 39, 347-383.
- 地学団体研究会編(1996): *新版地学事典*. 平凡社, 1443p.
- Goto, K. and Otsuki, K. (2004): Size and spatial distributions of fault populations: empirically synthesized evolution laws for the fractal geometries. *Geophy. Res. Lett.*, 31, L0561, 4p.
- 樋村直人・佐藤一志・高橋秀明(1994): 準脆性材料の破壊の数値シミュレーションとAE放出挙動のフラクタル性. *日本機械学会論文集(A編)*, 60, 1170-1175.
- 伊東敬祐(1987): 宇宙と地震のフラクタル構造. 高安秀樹編著, *フラクタル科学*. 朝倉書店, 208-252.
- 河西朝雄(1999): *Visual Basic*によるはじめてのアルゴリズム入門. 技術評論社, 464p.
- Mandelbrot, B. B. (1983): *The Fractal Geometry of Nature*. Freeman, 468p.
- 松下 貢(2002): *フラクタルの物理 (I) 基礎編*. 裳華房, 185p.
- 中塚勝人編(1997): クリーン地殻エネルギー抽出法的设计基礎論-フラクタル破壊力学の構築とその応用-平成5年度~平成7年度科学研究費補助金(重点領域研究(1))研究成果報告書.
- 大中康善・松浦充宏(2002): 地震発生の物理学. 東大出版会, 378p.
- 大槻憲四郎(1998): 断層集団のフラクタルとサイズ分布の進化則と相似則. *月刊地球*, 20, 564-568.
- 斎藤和也・土屋範芳・中塚勝人(1997): ボックスカウンティング法によるフラクタル次元算出システムの開発と解析精度. *情報地質*, 8, 23-30.
- 佐々木宗建(2004): 菱刈ボーリングコアに見られる鉱物脈の統計的特徴. 資源地質学会第154回年会講演会講演要旨集, P-28.
- 佐藤一志・飛奈 督・樋村直人・橋田俊之・高橋秀明(1996): 岩石の微視的強度分布と破壊プロセスゾーン形成に関する研究. *日本機械学会論文集(A編)*, 62, 2547-2552.
- Scholz, C. H. (1990) (柳谷 俊訳(1993)): *地震と断層の力学*. 古今書院, 506p.
- Scholz, C. H. (2002): *The Mechanics of Earthquakes and Faulting*, 2nd. ed., Cambridge Univ. Press, 471p.
- 茂野 博(1980): 西南日本外帯, 四国沖ノ島花崗岩類に発達する引

張り節理系—新第三紀後期の四万十帯の広域応力場について—, 九大理学部研究報告, 地質学, 13, no.2, 145-153.

茂野 博(1995): 温泉沈殿物による棚田状テラス生成の機構と数値シミュレーション. 地熱, 32, 317-336.

Shigeno, H. (1998): Competitive pool growth model and numerical simulation for morphological diversity of hot-spring mineral deposits. Proc. 9th Internat. Symp. on Water-Rock Interaction, 913-916.

茂野 博・佐々木宗建(2005): フラクチャー分布の多様性: 1次元競争成長モデルによる数値シミュレーション. 地球惑星科学関連学会2005年合同大会, 講演要旨CD-ROM, J064-P001.

高安秀樹(1986): フラクタル. 朝倉書店, 186p.

高安秀樹編(1987): フラクタル科学. 朝倉書店, 258p.

Trucotte, D. L. (1997): Fractals and Chaos in Geology and Geophysics, 2nd ed. Cambridge Univ. Press, 398p.

宇津徳治(1999): 地震活動総説, 東大出版会, 876p.

### 付録: 「応力拡大係数」と「競争関数」について

岩石の破壊挙動(破壊力学)は複雑であるが, 脆性破壊では「応力拡大係数」( $K$ , stress intensity factor ( $N m^{-3/2}$ ))が重要なパラメータとなる(例えば, Scholz, 1990, 2002). ここでは2次元化して簡易的に述べるが, 岩石中にすでに亀裂(微小フラクチャー)が存在し, それに垂直に伸張性の応力( $\sigma$ )が掛かる時(静的過程を仮定), 亀裂の端部には下記の式で示されるように応力が集中して, 大きな亀裂ほど微小破壊(疲労による)が進展し易い. ただし,  $c$  は亀裂の長さの半分である.

$$K = \sigma (\pi c)^{1/2}$$

この状況が進行した準静的な環境下では, 下記の式で示されるように亀裂端の成長速度( $v$ )は加速される. ただし,  $A$ ,  $n$  (応力腐食が関係し,  $n = 10 \sim$  数10)は環境に応じた定数である.

$$v = A K^n$$

応力-変位が増大し,  $K$  が「限界応力拡大係数」( $K_c$ , 個別岩石の特性値で, 破壊じん性とも呼ばれる)を越えると, 動的な破壊環境下で亀裂は急激に成長して行く.

今回のモデル-数値シミュレーションでは, 「競争関数」に  $FF \wedge Fi$  を使用した. これは, 第1表(1)に示すように  $FF$  と  $Fi$  とを増加させた時に, 競争関数値, したがって補正乱数値  $Ri$  の平均値が非常に分かり易い変化(単純・急激に増加)を示すことによる. 上記の岩石の脆性破壊挙動を考慮すると, 競争関数について他の選択の余地がある. 第1表では, 競争関数に(2)  $1 + FF * Fi$ , (3)  $(1 + FF * Fi) \wedge 0.5$ , (4)  $((1 + 0.0001 * Fi) \wedge 0.5) \wedge FF$  を使用した場合の競争関数値の変化を比較した.

第1表 競争関数(4つの型)と競争定数(FF)値・累計得点(Fi)値によるフラクチャー規模の分布型の概略的推定(各小表中の数字は, 競争関数値として  $Ri = 1$  の場合の  $Ri$  値を示す).

(1) 競争関数(今回) モデルの場合 ( $Ri = Ri_0 * FF \wedge Fi$ )					
FF \ Fi	100	1,000	10,000	100,000	分布型の概略的推定
1.000000	1.00	1.00	1.00	1.00	～ポアソン分布型
1.000001	1.00	1.00	1.01	1.11	
1.000010	1.00	1.01	1.11	2.72	～フラクタル分布型
1.000100	1.01	1.11	2.72	>1000	
1.001000	1.11	2.72	>1000	>1000	
1.010000	2.70	>1000	>1000	>1000	～単一大規模分布型
1.100000	>1000	>1000	>1000	>1000	

(2) 競争関数(今回) モデルの場合 ( $Ri = Ri_0 * (1 + FF * Fi)$ )					
FF \ Fi	100	1,000	10,000	100,000	分布型の概略的推定
0.000000	1.00	1.00	1.00	1.00	～ポアソン分布型
0.000001	1.00	1.00	1.01	1.10	
0.000010	1.00	1.01	1.10	2.00	～フラクタル分布型
0.000100	1.01	1.10	2.00	11.00	漸移的
0.001000	1.10	2.00	11.00	101.00	
0.010000	2.00	11.00	101.00	>1000	～単一大規模分布型
0.100000	11.00	101.00	>1000	>1000	

(3) 静的応力拡大係数的なモデルの場合 ( $Ri = Ri_0 * (1 + FF * Fi) \wedge 0.5$ )					
FF \ Fi	100	1,000	10,000	100,000	分布型の概略的推定
0.000000	1.00	1.00	1.00	1.00	～ポアソン分布型
0.000010	1.00	1.00	1.05	1.41	
0.000100	1.00	1.05	1.41	3.32	～フラクタル分布型
0.001000	1.05	1.41	3.32	10.05	
0.010000	1.41	3.32	10.05	31.64	漸移的
0.100000	3.32	10.05	31.64	100.00	
1.000000	10.05	31.64	100.00	316.23	～単一大規模分布型

(4) 準静的応力拡大係数的なモデルの場合 ( $Ri = Ri_0 * ((1 + 0.0001 * Fi) \wedge 0.5) \wedge FF$ )					
FF \ Fi	100	1,000	10,000	100,000	分布型の概略的推定
0.00	1.00	1.00	1.00	1.00	～ポアソン分布型
1.00	1.00	1.05	1.41	3.32	～フラクタル分布型
3.00	1.02	1.15	2.83	36.48	漸移的
10.00	1.05	1.61	32.00	>1000	
30.00	1.16	4.18	>1000	>1000	
100.00	1.64	117.39	>1000	>1000	～単一大規模分布型
300.00	4.45	>1000	>1000	>1000	

定性的には第1表(1)～(4)の競争関数値は  $FF$  と  $Fi$  の増加によって単純に増加するため, 体系的な数値シミュレーションの実行によって本説の(1)を使用した場合と(2)～(4)を使用した場合とで類似の結果が得られた. しかし,  $Fi$  の増加に対して競争関数値の増加速度が小さい(2)・(3)の場合には, ゆっくりと最終的な「単一大規模分布型」となる前に, 少数の大規模なフラクチャーが発達する時期を生じることとなる. (4)による結果は, (1)の場合と類似性が高いが, 系統性が低下している.

SHIGENO Hiroshi and SASAKI Munetake(2005): Relations between fractures and fractals: numerical simulation study using 1-D competitive growth model.

< 受付: 2005年6月9日 >