

モデリングの基礎知識：用語と概念

松本 克美¹⁾

1. はじめに

地学を勉強または研究している人のなかには、数字に弱いまた数値モデルは苦手という人は少なくないと思う。モデリングといえは、理論的かつ論理的な思考をもとに行われる、整合性の高い研究と考えられがちである。一方、地学の研究には、サンプリングや測定のプロセスにおいて、さまざまな不定要素があり、その結果、測定値の解釈に含みを持たせた言葉を使い、測定値の解釈において、明確な結論を導くことができない場合がある。そういった点を、学会や大学院などの発表で、数物理系の研究者や学生（ここでは総称してモデル屋と呼ぶ）に突っ込まれ、苦い思いをした地学研究者やその卵は、案外多いのではないだろうか。

しかし、そのような経験がモデリングの苦手意識につながるのには残念である。近年の地球科学の発展をふり返り、その現在の姿を見つめると、大気・海洋学、生物学など従来異なるとされる分野との融合が極めて重要であると言えよう。地球システム科学とも言えるその融合には、地学的手法も数値モデリング手法も含まれている。例えば古気候学では、地球化学者が堆積物などから読みとった古環境指数と、モデリング研究者が数値実験（シミュレーション）で得た結果が、盛んに比較されている。その結果、地球環境変動メカニズムの定量的解明が注目されるようになった。また、地球温暖化など近未来に目を向けると、環境変動をより正確に理解した予測をするため、地学とモデリングの融合はさらに進むと考えられる。そんな今日に、地学で活躍する特に若い研究者とその卵がモデリングに苦手意識を持ち、モデル屋にひげ目を感じていてはい

けない。

このような独断と偏見にみちた考えより、モデリングに馴染みがない人たち、特に学部生や大学院生に、参考になるよう本稿ではモデリングの基礎的な用語と概念を簡単な言葉で解説する。まず、日常で起こりうる一連の出来事（ある架空人物の体重の変動）を、誰にでも分かるような普通の言葉で語る。次に、その出来事をモデル屋の用語と概念で言いかえる。そして、英語でモデリングの論文を読んだ時に手助けになるよう、欧米のモデル屋の言葉で再度言い換え、さらに数式で表現する。このような多様な表現から、実はモデリングは特に難しいものではない、と感じていただけたら幸いである。モデリング研究のどういうところに注目して、どういうところは無視してもよいか分かれれば、モデル屋と会話はおろか、やり込めることすら可能であり、その点についても触れる。最後に、本稿で紹介するモデリング用語と概念を、実際のモデリング研究の一例（人為起源炭素の海洋分布と挙動）をとおして、おさらいする。なお、本稿の趣旨からして、内容が多少なりとも偏ったものになっている点は、あらかじめご理解いただきたい。

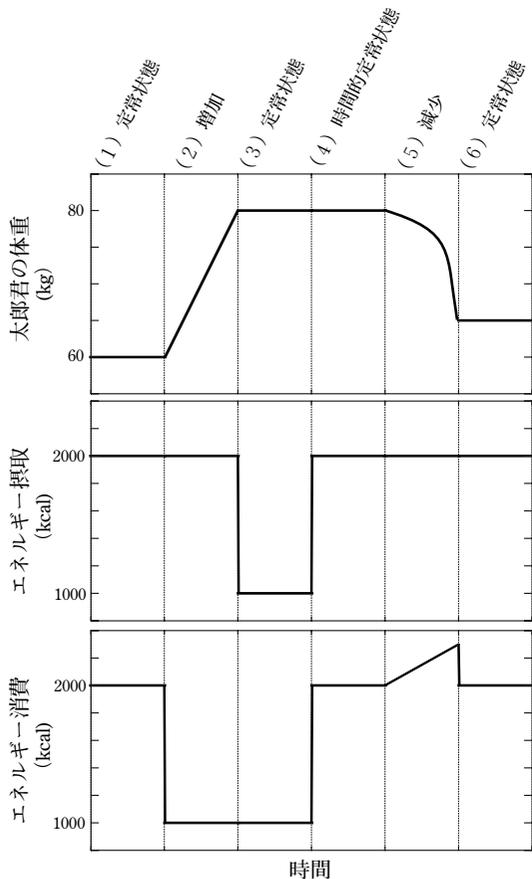
2. ふつうの言葉で

まずは、いささか極端な架空イベントを、口語で紹介する。登場人物は、大学院生太郎君とその友人花子さんの二人。本稿の興味は、太郎君の体重の増減とカロリーの収支バランスにある（第1図）。

ステージ1（安定1）：太郎君は、小さい頃から運動が好きで健康には自信がある。「過去十年間の体重はずっと60キロで安定しており、体型の変化も

1) 産総研 地質情報研究部門 物質循環研究グループ

キーワード：モデリング、定常状態、フィードバック、フォーシング・ファンクション、線形、非線形、パラメータ



第1図 太郎君の体重 (kg), エネルギー収支 (kcal) の推移。

ない」というのが彼の口癖である。以前の健康診断の記録から、彼の一日の平均摂取カロリー量は約2,000キロカロリー (kcal) であることが分かっている。太郎君が同じ体重を維持するには、消費と摂取カロリー量が等しくしなくてはならない。つまり、彼は一日約2,000kcal消費している計算になる。ここでは、体内で燃やすエネルギーと、排泄に伴うエネルギーを合わせて、消費カロリーとする。

ステージ2 (太る) : ある日、太郎君は運動でアキレス腱を切断し、入院することになった。病院では体を動かすことが不自由で、運動量および消費カロリー量が激減し、太郎君の消費カロリーは一日約1,000kcalとなった。一方、太郎君の食欲は衰えず、以前と同様2,000kcal分の飲み食いを続けた。こうして摂取カロリーが消費カロリーを大きく上回ったため、入院中、太郎君は太り続け、体重は60

kgから80kgに増えた。

ステージ3 (安定2) : 何度かお見舞いに来ていた友人花子さんは、20kgも増えた太郎君の体型を見て、「太りすぎね。前の方が、かっこよかったの」と一言。ドキリとした太郎君は、最大限の努力をしてその日以来、飲み食いを一日1,000kcalに抑えた。摂取カロリーと消費カロリーが再び等しくなったため、太郎君の体重は安定した。しかし、新しく安定した体重は、以前の60kgではなく80kgである。

ステージ4 (安定3) : ようやくギプスが取れた太郎君は、セラピストの指導のもと、経験者にしか理解できない辛いリハビリを開始した。食欲が旺盛になり、摂取カロリーは一日2,000kcalに増えたが、同時に消費カロリーも増え、2,000kcalとなった。摂取と消費カロリーが等しいため、体重に変わりは見られないが、やわらかくなっていた太郎君のお腹は少しへこみ、やせ細った足に筋肉がついた。つまり、脂肪が筋肉にかわり、少し健全な体型に変化した。

ステージ5 (痩せる) : もとの体重に戻りたいと思った太郎君は、更に運動を増やした。摂取カロリーを2,000kcalに抑えたまま、消費カロリーを増加させた。消費カロリーが摂取カロリーを上回り、太郎君の体重は減り始めた。

さて、それを見た花子さんは、「がんばって」と一言応援。太郎君は「がんばる」と、その応援に応えるべく、更に運動量を増やした。

花子さんは自分の言葉に効果があると気づき、まんざらでもない気持ちとなり、更に「がんばって、がんばって」と励ました。それに対し、太郎君は「がんばる、がんばる」と応え、また更に運動量を増やした。花子さんの応援と太郎君の努力が効果的に作用して、セラピストが驚くほど、太郎君の体重は加速度的に減少した。

ステージ6 (安定4) : 80kgから65kgまで減った太郎君の体重も、65kgからはなかなか減らなかった。「年かもしれない」と太郎君は半ば諦めてしまった。やがて、花子さんの励ましも途絶え、太郎君の運動量は負傷以前と同じレベルに落ち着き、一日の消費カロリーは2,000kcalになった、摂取カロリーと等しくなったため、体重は65kgで安定した。

3. モデル屋の言葉で

さて、上述した一連の出来事を、モデル屋ならどうやって表現するであろうか？ もちろん色々な言い方があるが、ここでは一例を示す。

まず、太郎君の体をシステムとしてとらえた場合、飲食で得るエネルギー（摂取カロリー）は外部からのインプットとなり、アウトプットはシステムが失うエネルギー（消費カロリー）である（第1図）。具体的には、体温を維持するための基礎代謝、体を動かして燃やすエネルギー、排泄で失うエネルギーなどであろう。太郎君の体重は、システムの状態を表す指数と考えても良い。

ステージ1（定常状態1）：インプットとアウトプットが等しいため、システムは定常状態にある。英語では *steady state* と言う。

ステージ2（体重増加）：インプットが変わらない一方、アウトプットが激減したため、システムはバランスを欠く。インプットがアウトプットを上回るため、システムは増大する。上回ったものは余剰カロリーで、これが線形的に脂肪に変換されると仮定でき、体重も線形的に増加した。

ステージ3（定常状態2）：花子さんの「太りすぎね」の一言が、ネガティブフィードバックとして作用し、インプットはアウトプットのレベルまで引き下げられた。増え続ける太郎君の体重に歯止めがかかり、再び定常状態に持ち直した。新しい定常状態は、以前のそれとは異なる。

ステージ4（時間的定常状態）：柔らかいお腹がへこみ、足腰に筋肉がついたため、総体重は変わらないが、体型が変わった。つまり、システムは時間的定常状態にあるが、空間的定常状態にはないと言える。

ステージ5（体重の減少）：アウトプットがインプットを上回るため、この期間中太郎君の体重は減り続ける。花子さんの時間と共に熱くなる応援はより大きなアウトプットにつながった。これはポジティブフィードバックであり、システムは加速度的に異なる状態（体重減）に移行した。

ステージ6（定常状態3）：システムは65kgという新しい状態に移行した時点で、インプットとアウトプットが等しくなり、再び定常状態になった。

4. 英語で

Here I rephrase in English the above description of Taro's weight change and his caloric balance.

Stage 1 (steady weight 1): Initially input (i.e., calorie intake by food ingestion) equals output (calorie consumption by basic metabolism, exercise, and excrement). Taro's weight is maintained more or less at 60kg; the system is therefore in a steady state.

Stage 2 (increase in weight): The system is no longer steady, as output is drastically reduced, while input remains unchanged. The system moves to a new state (80kg), because input now exceeds output. The difference between input and output represents of course excess calories in reality. Because excess calories are assumed to be converted linearly to weight, the change in the system is also linear.

Stage 3 (steady weight 2): Hanako's "you're getting too fat" comment acts as negative feedback to the system, and input is reduced to the level of output. The newly achieved balance between input and output brings the system to equilibrium. The new steady state (80kg) is however dissimilar to the initial steady state (60kg).

Stage 4 (temporal steady state): Regular exercise reduces Taro's flabby stomach and brings his entire body into a well-toned shape. However, because input still balances output, Taro's overall weight or the system remains unchanged (80kg) with respect to time. The continual change in his body shape during this stage indicates nevertheless that the system is no longer at a steady state in space.

Stage 5 (weight loss): As Taro begins to exercise more strenuously, output increases and begins to exceed input, which remains constant. The escalation of Hanako's encouragement to lose weight works wonder on Taro, who responds by exercising more and more. The

positive feedback between encouragement and increased exercise accelerates the transition of the system to a new state of reduced weight (65kg).

Stage 6 (steady state 3): When Taro's weight is reduced to 65kg, input and output come into balance and the system becomes steady once again.

5. 数式で

上述したモデル屋の言葉を、更に具体的に数式で表す。ここで使う記号は5つある：(1) W = 太郎君の体重；(2) I = インプット(摂取)カロリー；(3) O = アウトプット(消費)カロリー；(4) t = 時間；(5) α = I と O の W の変化に対する係数。 I と O の単位はkcalであるが、 W の単位はkgであるため、 α の単位はkg/kcalになる。時間の経過に伴う変化は、時間微分 d/dt で表し、英語ではtime derivativeまたはtime rate of changeと言う。

摂取カロリーと消費カロリーに依存する太郎君の体重の変動は、ごく単純に次のように表す。

$$\frac{dW}{dt} = \alpha \cdot (I + O) \quad (1)$$

摂取を表す I は正の値を持ち、消費を表す O は負の値を持つ。当然ながら、この二つの値が等しい場合、それらの絶対値が何であろうと、また太郎君が何キロであっても、彼の体重は変化しない。これが、ステージ1, 3, 4, 6の定常状態である。体重変化は、インプットとアウトプットが等しくない時(ステージ2と5)に限られ、システムは新しい状態へ移行する。

時間の経過に伴う太郎君の体重をモデルする(つまり数値計算する)場合、 dW の定義が $W(i+1) - W(i)$ であることを認識し、数式1を次のように書き換える。

$$W(i+1) = W(i) + dt \cdot \alpha (I + O) \quad (2)$$

ここで、 i は時間インデックス(整数)であり、その値は時間が前に進むと大きくなる。つまり、 $t(i+1) = t(i) + dt$ となる。数値計算する場合、

タイムステップ dt は一般的に定数とする。仮に dt を一日とし、今日を $t(i)$ とすると、明日は $t(i+1)$ となる。明日の体重 $W(i+1)$ は、今日の体重 $W(i)$ に、今日から明日の間に変動する体重分 $dt \cdot \alpha \cdot (I + O)$ を加算したものである。仮に、 I と O の値が第1図にあるように事前に与えられており、 α の値が分かっている場合、 W の時間変動は数式2によって容易に求められる。 W の初期値 $W(0)$ からスタートし、次の日の $W(1)$ を計算し、それをもとに $W(2)$ を計算するという具合に、ある日の体重 $W(i+1)$ は、その前日の体重 $W(i)$ と事前に分かっている I と O から計算できる。計算では時間が前に進むため、このような計算をforward modelingとも呼ぶ。これに対して、inverse modelingという計算法もある。

この簡単な解説にはいくつか補足が必要である。まず、第1図にある I と O は、時間とともに変動しているのだから、時間の関数であり、正しくは $I(t)$ と $O(t)$ と表記すべきである。事前に与えられている $I(t)$ と $O(t)$ が基本的に W を決めるので、それらはモデルのフォーシング・ファンクション(強制関数)とも言う。次に、係数 α がまるで定数のように数式1にあるが、それはセクション3で余剰カロリーが線形的に脂肪に変換されると仮定したからである。係数は通常パラメータ(parameter)と言い、多くの場合モデルの信頼度を左右する。特に問題になるのは、 α の真の値がよくわからない時や、 α が時間の関数であったりする時である。時間の関数である理由としては、例えば、昼に比べると夜の方が、余剰カロリーが脂肪に変換されやすいなど上げられる。もっと厄介なのは α が W の関数である時で、この場合、解である W を求めるために必要な α が W そのものに依存することになる。こういう非線形(non-linear)システムの解を得るのは一般的に非常に困難である。場合によっては正確な解は得られない。流体動力学など自然界にある多くのシステムは実は非線形であり、何らかの仮定(例えば、ある時空間に限る)をもとに、線形と見なした上で、解を求めている。ここに誤差が多々生じる。

最後に、タイムステップ dt の重要性について簡単に触れる。限られた計算時間内に W の将来予測をする場合、 dt が大きければ大きいほど、より先の将来まで計算できることは明らかである。つまり、モ

デルは dt を大きくすることでより早くなるが、 dt をただ大きくすれば良いということはない。第一にあまり大きくしすぎるとモデルが不安定になる。一般的に、数値モデルの安定性が損なわれるのは、時間解像度を決める dt が大きすぎる時と、モデルに空間次元が存在する場合、空間解像度が大きすぎる時である。適正な dt のサイズを決めるためには、計算する現象を理解するために必要な解像度、計算に使うコンピュータの速さとそれを使えるコンピュータ・タイム、モデルの安定性などを考慮しなくてはならない。

6. モデル屋との会話

基礎的なモデル用語とコンセプトが理解できれば、モデル屋と会話することが可能になる。場合によっては、モデル屋の発表会で、モデル屋を攻めることも出来る！ 本稿で取り上げた例であれば、次のような会話が成り立つかもしれない。

司会者「とても興味深い、太郎君の体重に関するお話にご質問はあるでしょうか？ はい、どうぞ土屋さん」

土屋「まず、ステージ2に於いて、余剰カロリーが脂肪に線形的に変換されるとありますが、本当にそうなのでしょうか？ 仮に線形的としても、その変換係数の値は妥当なのでしょうか？」

モデル屋「良いご質問ですね(余裕)。体脂肪の割合によって基礎代謝量は異なるというデータがあり、基礎代謝が大体線形的に体脂肪の割合に依存しているようです。私はそれをもとに余剰カロリーが脂肪に線形的に変換されると仮定しました。また、変換係数は日本人男性の平均的な値をとったため、妥当だと思います」

土屋「なるほど。ということは、太郎君は平均的の日本男児と仮定されていますが、本当にそうなのでしょうか？ また、変換係数 α のばらつき(標準偏差)はどれくらいなのでしょうか？」

モデル屋「厳しいご指摘ですね(眉間にしわ)。実のところ、太郎君の体重は、彼の年齢グループでの平均値に近いですが、身長は平均値よりかなり高いようです。体脂肪の割合はどうだったかな…」

土屋「ん？ つまり、モデル屋さんの仮定が妥当かどうかは、検証なさっていないわけですか？ 変換係

数のばらつきはどうですか？」

モデル屋「ばらつきに関してですか(赤面)？ …私の勉強不足でありまして、実はよく知りません…」

司会者「他にご質問はございませんか？」

土屋「もう一つお聞きしたいと思います。花子さんの応援に対して、太郎君は、またしても線形的に反応するというお話でしたが、無限に線形的ということはないはずですね」

モデル屋「おっしゃる意味が良く分かりません」

土屋「言い換えると花子さんが、頑張れと、1回言えば太郎さんはある程度の頑張りを見せ、2回言えば、2倍の頑張りを見せる。そして10倍言えば10倍の頑張りを見せる、と言うことですよ。しかし、物理的に考えて頑張りには限度があるわけで、100回言われたからって、100倍頑張るわけではないですよ(笑)」

司会「くくっ(笑)」

モデル屋「そ、それはですね…(汗)」

土屋「物理的に無理である、と同時に、心理的にも困難じゃありませんか？ 私などの場合、そう何度も言われては、逆に嫌気がさして全くやる気が無くなると思いますよ。つまり、太郎君の頑張り、花子さんの応援に対して、ある時点で飽和状態に達し、その後、ゼロに落ちるのではないのでしょうか？」

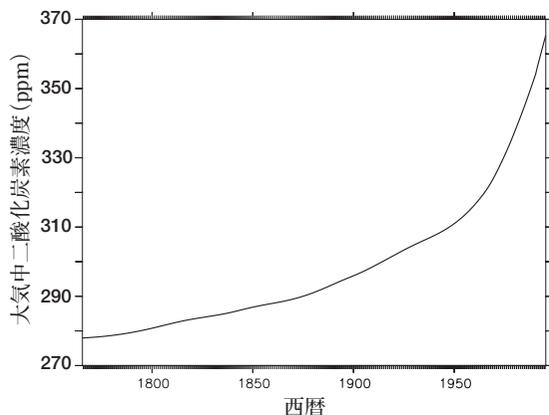
モデル屋「う… ええ、ま、確かに言われてみれば、ご指摘の通りかと考えられますが、花子さんは太郎君の単なる女友達でありますから、極端な応援はしないものと考えます。つまり線形的反応の域を出ないものと考えます」

土屋「なるほど、そうかもしれませんね。しかし、最後まで言わせてもらおうと、モデル屋さんは線形的な部分から飽和状態に達する区間を明確にされておらず、線形的領域を出ないと言うのは、あくまでモデル屋さんの仮定のようなのですね」

モデル屋「…」

司会者「えー、そろそろ時間も差し迫ってまいりましたが…」

土屋「最後に質問ですっ！ ちなみに、花子さんが、“頑張る”と言った場合と、リンダさんが、“ガンバッテ”と言った場合と、太郎君の反応は違うのでしょうか？ つまり、モデル屋さんが用いた応援と反応の関係は、普遍的なものではないということな

第2図 大気中CO₂濃度 (ppm).

のでしょうか?」

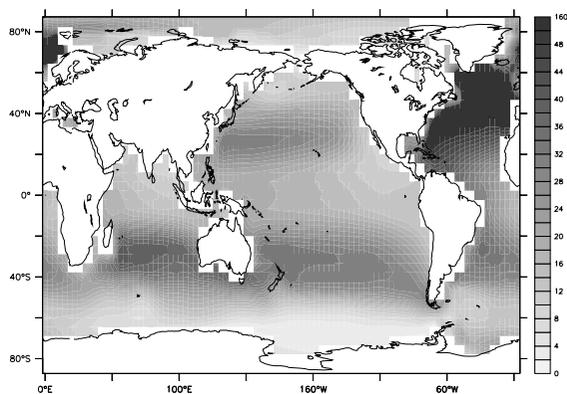
モデル屋「…はい。私の用いた太郎君の反応振幅は、花子さんの応援に限ったものです。厳密に言うと、ここで紹介した研究結果は、非常に限定された状況のみ有効であり、全く普遍性はなく、世の中の役には立ちません…すみません。」

と、こんな具合でどうでしょう、土屋さんこと、地学専攻の皆さん?

7. 人為起源CO₂シミュレーションの例

最後に、実際の数値モデリング実験の一例を、本稿で解説した用語と概念を使って紹介する。例は、私の研究からで、全球海洋物質循環モデルで計算した人為起源炭素の海洋分布と挙動である。モデルは二つの部分から構成されている。一つは、海流などを表した物理モデルで、流体力学にある運動方程式などがベースになっている。もう一つは、生物地球化学モデルで、海水中における炭酸塩の化学反応や二酸化炭素(CO₂)の大気-海洋間の交換などを表している。複数の独立したパーツから成るこのようなモデルを結合モデルという。

まず、産業革命後に認められる人為起源CO₂の実験を行う前に、産業革命以前の海洋状態を結合モデルで再現しなくてはならない。この状態の詳細はもちろん分からないが、安定していたのは間違いなさそうである。その理由に、海洋変動の時間スケールが100年オーダーであることと、氷床コアなどに認められる完新世が非常に安定している事実

第3図 全球海洋物質循環モデルで計算した1990年の人為起源炭素水柱インベントリー (mole-C/m²).

が挙げられる。つまり、モデル内での産業革命以前の状態は、現在の海面温度と海面塩分を境界条件として、海流が定常状態に達したものをいう。詳しくは述べないが、海洋全体の温度分布と塩分分布が落ち着くと、海流も安定した状態になる。

このようにして物理モデルが定常状態に達した後、氷床コアなどに記録された大気中の人為起源CO₂濃度(第2図)をフォーシング・ファンクションとしてモデルを走らせる。つまり、第2図はモデルで計算するものではなく、モデルに外力として与える境界条件である。産業革命から時間を追って現在までモデルを走らせるため、このモデルは明らかにforward modelに分類される。人為起源CO₂の分だけ大気の方が海面よりCO₂分圧が高いため、海洋は炭素の正味の吸収量を持つ。気体交換速度は、大気-海面の分圧差に線形的に依存するため、第2図にある大気中の人為起源CO₂が急増する過去30年あまりで、多くの人為起源炭素が海洋へ移行する。

このようにして計算した西暦1990年の人為起源炭素の海洋分布を第3図に示す。本来水深方向を含めた3次元分布を平面的な2次元で表すため、第3図では人為起源炭素分布を水深方向に積分している。つまり、正確には水柱インベントリー(貯蔵量)である。中緯度にある亜熱帯域に人為起源炭素が多く見られるのは、亜熱帯が海流の収束海域であるからで、大気-海面の気体交換分布が亜熱帯に偏っているからではない。つまり、海流が人為起源炭素を亜熱帯に集めていることを示している。

また、北大西洋に高いインベントリーが見られる。これは、そこで深層水が形成されるため、海面で多くの人為起源炭素を吸収した海水が、沈み込みを通して多量に集中していることを示す。

8. おわりに

本稿では、私が独断で選んだ幾つかのモデリングの基礎用語と概念を解説した。架空の出来事を紹介するという設定で、口語、モデル用語、英語、そして数式を用いた。パラメータの信頼性など、モデリング研究のどういうところに注目するとよいかにも触れた。最後に、実際のモデリング研究の一例を紹介する上で、解説した用語と概念を使ってみた。

モデリングを苦手になっている特に若い地学研究者の苦手意識が少しでも解消されればと思う。し

かし、何事もやってみないとなかなか頭に入らないものである。簡単な箱モデル (box model) を、実際作って走らせてみることを、お勧めしたい。箱モデル程度なら表計算ソフトでも可能である。実際、エクセルで簡単な微分方程式を解いていた知人には驚いた。彼曰く「Yeah, you can do some modeling with even Excel, if you are willing to put in the time and effort」。

謝辞：本稿の寄稿にあたり、物質循環研究グループに所属する連携大学院生の皆様からは有用なコメントを頂きました。最後に、原稿のタイピングは松本舞氏にお願いしました。

MATSUMOTO Katsumi (2004) : Basic vocabulary and concepts in numerical modeling.

< 受付：2004年8月10日 >